Mathématiques 1 — Examen Janvier 2023
L1 Economie-Gestion
Université Paris-Panthéon-Assas
Les calculatrices et notes de cours sont interdites.

Exercice 1 (6 points) Determiner la limite de chacune des suites définies de la manière suivante :

(1.1) $\forall n \geq 0$, $u_n = \frac{2n^2+1}{3n^2+5}$,

(1.2) $\forall n \geq 1$, $v_n = n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} - 1\right)$,

(1.3) $\forall n \geq 1$, $w_n = \frac{1+...+n}{n^2}$.

Exercice 2 (4 points) On considère une fonction f définie sur son ensemble de définition de la manière suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

(2.1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

(2.2) Calculer la limite de f en 0. Est-ce que f est continue en 0 ?

Exercice 3 (6 points) Etudier les extrema de chacune des fonctions définies de la manière suivante :

(3.1) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -4x^3 + 6x + 8$,

(3.2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = xe^{2x}$.

Exercice 4 (Question de cours) (4 points)

(4.1) Enoncer le théorème de Rolle et celui des accroissements finis.

(4.2) Donner une illustration graphique à chacun des ces deux théorèmes.

(4.3) Expliquer comment démontrer le théorème de Rolle à partir de celui des accroissements finis et inversement.